

Otimização de Torres de Telecomunicações em Concreto Armado Baseada em Resultados Experimentais

Optimization of RC Telecommunication Towers Based On Experimental Data

MARCELO A. SILVA (1), REYOLANDO M.L.R.F. BRASIL (2) e JASBIR S. ARORA (3)

(1) Pesquisador de Pós-Doutorado, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Caixa Postal 61548 - CEP 05.424-970 São Paulo-SP., Brasil
E-mail: m_araujo_silva@uol.com.br

(2) Professor Livre Docente, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações
E-mail: rmlrdfbr@usp.br

(3) Professor Emérito, University of Iowa, Iowa City-IA.
E-mail: jasbir-arora@uiowa.edu

RESUMO

Pretende-se neste trabalho estudar e implementar computacionalmente a otimização de estruturas de torres de telecomunicações em concreto armado submetidas ao carregamento dinâmico do vento, com base em ensaios de flexão realizados em estruturas similares. Deseja-se minimizar o custo dessas estruturas. Programas computacionais baseados no Método do Lagrangiano Aumentado serão utilizados para tanto. As variáveis de projeto dos problemas de otimização serão as propriedades geométricas dos elementos estruturais, bem como suas respectivas áreas de aço. Aplicar-se-ão restrições relacionadas com as tensões, deslocamentos e frequências de vibração. Será realizada uma análise dinâmica não-linear baseada em resultados experimentais, onde a rigidez efetiva das seções de concreto armado é determinada por meio de equações empíricas escritas em função do nível de esforço. Direções para estudos futuros serão apresentadas.

Palavras-Chave: *Análise dinâmica não-linear, carregamento de vento, concreto armado, rigidez efetiva, otimização*

ABSTRACT

In this work we study and implement computationally the optimization of reinforced concrete (RC) telecommunication towers subjected to the dynamic wind loading. We developed computational programs based on the Augmented Lagrangian Methods to minimize cost of these structures. The design variables of the optimization problems are geometrical properties and reinforcement steel area of the structural elements. Constraints related to stress, displacements and frequencies of vibration are applied. A non-linear dynamic model based on experimental data and the discrete dynamic model of NBR-6123, Brazilian Code of wind loading, is used. We consider experimental data from tests accomplished in similar towers to compute the effective stiffness. Directions for future studies are presented.

Keywords: *Non-linear dynamic analysis, wind loading, reinforced concrete, effective stiffness, optimization*

1. INTRODUÇÃO

A escolha do tema que culminou no trabalho ora apresentado está relacionada com o fato de que com os recentes leilões das bandas C, D e E para operação em telefonia celular no Brasil, além do crescimento natural das bandas A e B, e da infra-estrutura de telecomunicações no Brasil de um modo geral, novos sistemas de transmissão e recepção de ondas eletromagnéticas estão sendo implantados. Tais fatos demandam as instalações de inúmeras novas torres de telecomunicações. O objetivo deste trabalho é descrever um procedimento para a otimização de torres de telecomunicações em concreto armado baseado em resultados experimentais e num modelo não-linear para a análise dinâmica de estruturas submetidas a carregamento de vento. Primeiramente, é apresentado o modelo dinâmico não-linear utilizado no presente trabalho para a realização da análise estrutural. Este modelo é baseado em resultados experimentais e no modelo dinâmico discreto da NBR-6123 (ABNT, 1988). Em seguida é então apresentado o problema de otimização a ser resolvido, contendo a descrição da estrutura e demais dados numéricos, as equações adotadas para representar a rigidez efetiva, a formulação do problema e os resultados obtidos. Finalmente são apresentadas as conclusões obtidas e sugestões para futuros trabalhos.

Para resolver os problemas aqui propostos é necessária a utilização de ferramentas avançadas, tais como a otimização Lagrangiana, método dos elementos finitos, análise dinâmica não-linear de estruturas, concreto armado e carregamento de vento. A análise do concreto armado será feita de acordo com a NBR-6118 (ABNT, 2003). Uma revisão da literatura especializada indica que a rigidez efetiva de seções transversais de concreto armado em estruturas apertadas depende do nível de flexão ao qual as seções estão submetidas, e da distribuição e quantidade de armadura. Uma equação proposta por Dan E. Branson em 1963 (BRANSON, 1963) para o cálculo da rigidez efetiva foi incorporada no ACI-318 (ACI, 1971) e recentemente na NBR-6118 (ABNT, 2003). Diversas pesquisas têm sido conduzidas utilizando-se as equações de Branson para calcular o deslocamento de vigas de concreto armado. Inspirados nas equações de Branson, SILVA e BRASIL (2004a, 2005a), BRASIL e SILVA (2004, 2005) e SILVA et al (2005a, 2005b) desenvolveram uma metodologia para o cálculo da rigidez efetiva de vigas em concreto armado submetidas à flexão e cisalhamento. A metodologia consistiu em utilizar técnicas de otimização para comparar resultados de deslocamentos medidos em ensaios de flexão com resultados teóricos baseados na integração da linha elástica, e assim definir equações para representar a rigidez efetiva das seções transversais em função do momento fletor. Algumas equações obtidas por estes autores serão utilizadas no presente trabalho para o cálculo da rigidez efetiva dos elementos estruturais.

Em relação aos processos de otimização, é utilizado o método do Lagrangiano aumentado, conforme descrito por CHAHANDE e ARORA (1994). Este método transforma um problema de otimização com restrições em um problema de otimização sem restrições. As funções objetivo e restrições são combinadas com os multiplicadores de Lagrange e parâmetros de penalidade para criar o funcional Lagrangiano aumentado. Uma seqüência de funcionais é criada, alternando-se apropriadamente os parâmetros de penalidade e os

multiplicadores de Lagrange. O valor mínimo do funcional na seqüência converge para o mínimo do problema com restrições.

Nos trabalhos de SILVA e BRASIL (2004b, 2005b) é apresentado o modelo dinâmico não-linear para análise de estruturas esbeltas submetidas a carregamento dinâmico do vento utilizado no presente trabalho. O modelo apresentado por estes autores é baseado na NBR-6123 (1988) e nas equações de rigidez efetiva de SILVA e BRASIL (2004a, 2005a), BRASIL e SILVA (2004, 2005) e SILVA et al (2005a, 2005b). Uma vez que equações para o cálculo da rigidez efetiva são adotadas, é realizada uma análise estática não-linear da estrutura sob o carregamento da velocidade média do vento (ABNT, 1988), onde a cada iteração de um método P-Delta utilizado, a rigidez efetiva dos elementos em concreto armado é calculada em função do nível de flexão da respectiva iteração. Considerando-se a rigidez efetiva obtida na última iteração do método P-Delta, são então calculadas as freqüências e modos naturais de vibração da estrutura, os quais serão utilizados para o cálculo das respostas flutuantes do vento, de acordo com o modelo dinâmico discreto da NBR-6123 (ABNT, 1988). Os autores consideram que a estrutura, sob a excitação do vento, vibra em torno de uma configuração de equilíbrio dada pelo método P-Delta ora citado e sua amplitude de vibração é dada pela componente dinâmica da velocidade do vento. Estes autores concluíram que os esforços dinâmicos do modelo não-linear são 15% superiores aos do modelo dinâmico linear. Quando comparados os valores obtidos pelo modelo dinâmico não-linear com aqueles dados pelo modelo estático linear da NBR-6123 (1988), conclui-se que o mesmo é 50% superior ao estático linear.

2. ANÁLISE DINÂMICA NÃO-LINEAR

2.1 Análise Estática Linear

De acordo com a NBR-6123 (ABNT, 1988) V_0 é a velocidade média do vento sobre 3 segundos, a 10 metros de altura sobre o terreno, em um terreno plano sem rugosidade, com um período de retorno de 50 anos. O fator topográfico é S_1 , enquanto que a rugosidade do terreno é dada pelo fator S_2 , o qual é uma função dada por:

$$S_2 = bF_r(z/10)^p \quad (1)$$

onde b , p e F_r são fatores os quais dependem das características do terreno, e z é a altura acima do nível do terreno em metros. O fator estatístico é S_3 . Ambos S_1 , S_2 e S_3 são dados em tabelas na NBR-6123 (ABNT, 1988). A velocidade característica do vento (metros por segundo) e a pressão do vento (Pascal) são respectivamente:

$$V_k = V_0 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \quad \text{e} \quad q = 0.613 \cdot V_k^2 \quad (2)$$

A força devida ao vento (Newton) sobre uma área A (área, em metros quadrados, de projeção ortogonal de um determinado objeto sobre um plano vertical) é computada como:

$$F = q \cdot C_a \cdot A, \quad (3)$$

onde C_a é o coeficiente de arrasto. A norma NBR-6123 (ABNT, 1988) apresenta diversas tabelas para o cálculo dos valores de C_a .

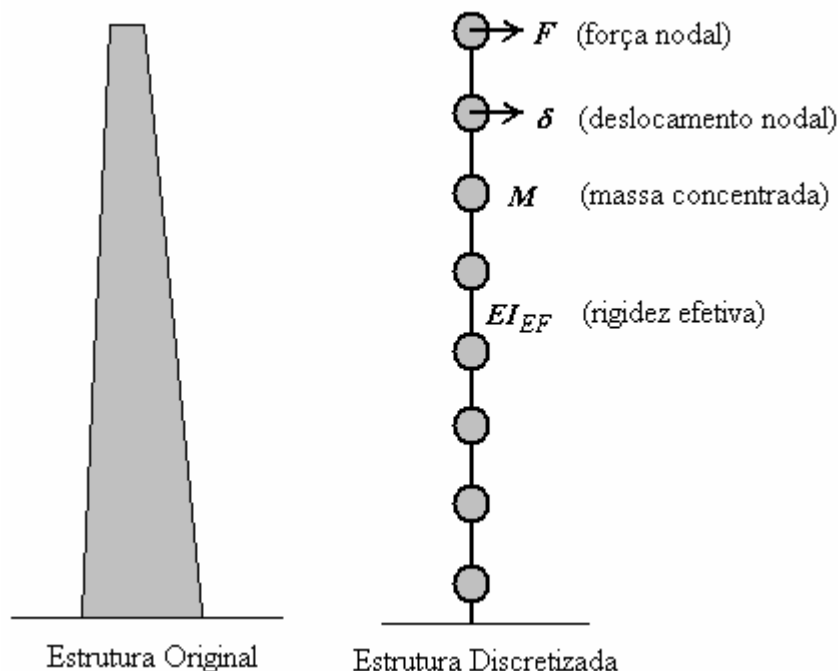


Fig. 1 – Típica estrutura de telecomunicação em concreto armado

2.2 Análise Dinâmica Linear

O Item 9.1 da NBR-6123 (ABNT, 1988) prescreve que em toda estrutura cuja primeira frequência natural de vibração seja inferior a 1 Hz, deve-se proceder uma análise dos efeitos dinâmicos do vento, conforme equações (4) a (12) descritas neste Item. Caso esta frequência seja maior que 1 Hz, os valores das flutuações do vento já estão inclusos no fator S_2 , dado pela Eq. (1), e o modelo estático linear do Item 2.1 pode ser utilizado.

A Fig. 1 mostra de uma maneira simplificada as características gerais das estruturas aqui analisadas. De acordo com a NBR-6123 (ABNT, 1988), no j -ésimo grau de liberdade desta estrutura, quando submetida ao carregamento do vento, age a força total devida ao vento X_j , a qual é a soma das componentes das forças devidas à velocidade média do vento e das parcelas flutuantes da velocidade do vento:

$$X_j = \bar{X}_j + \hat{X}_j, \quad (4)$$

onde a força média estática é dada por:

$$\bar{X}_j = \bar{q}_o b^2 C_{aj} A_j \left(\frac{z_j}{z_r} \right)^{2p}, \quad (5)$$

sendo

$$\bar{q}_o = 0.613\bar{V}_p^2 \quad \text{e} \quad \bar{V}_p = 0.69V_oS_1S_3 \quad (q_o \text{ em } N/m^2 \text{ and } \bar{V}_p \text{ em } m/s), \quad (6)$$

b e p indicado na Tabela 20 da NBR-6123 (ABNT, 1988); z_r é o nível de referência, igual a 10 metros neste trabalho; \bar{V}_p é a velocidade de projeto do vento, correspondente a 10 minutos de integração, a 10 metros acima do nível do terreno, para um terreno de rugosidade (S_2) igual a Categoria II.

A componente flutuante (dinâmica) da força devida à velocidade do vento \hat{X}_j , é dada por:

$$\hat{X}_j = F_H \psi_j \varphi_j \quad (7)$$

onde

$$\psi_j = \frac{m_j}{m_o}, \quad F_H = \bar{q}_o b^2 A_o \frac{\sum_{i=1}^n \beta_i \varphi_i}{\sum_{i=1}^n \psi_i \varphi_i^2} \xi \quad \text{e} \quad \beta_i = C_{ai} \frac{A_i}{A_o} \left(\frac{z_i}{z_r} \right)^p \quad (8)$$

sendo m_i , m_o , A_i , A_o , ξ e C_{ai} , respectivamente, a massa concentrada no i -ésimo grau de liberdade, uma massa de referência, a área equivalente no i -ésimo grau de liberdade, uma área de referência, o coeficiente de amplificação dinâmica (Fig. 17 of NBR-6123-87 [1]) e o coeficiente de arrasto da área A_i .

Observe que $\varphi = [\varphi_i]$ é um determinado modo de vibração natural da estrutura. Para calcular φ_i e ξ é necessário considerar a massa e a rigidez da estrutura. A massa concentrada no nó pode ser facilmente calculada somando as massas localizadas na área de influência de cada nó. O momento de inércia total da seção homogeneizada é dado por:

$$I_{\text{total}} = I_c + I_{s \text{ hom}}, \quad \text{onde} \quad I_{s \text{ hom}} = I_s \left(\frac{E_s}{E_{c \text{ sec}}} - 1 \right) \text{ e} \\ E_{c \text{ sec}} = 0.9 \times 6600 \sqrt{f_{ck} + 3.5} \quad (MPa), \quad (9)$$

sendo E_s , $E_{c \text{ sec}}$, I_s , $I_{s \text{ hom}}$, I_c e f_{ck} , respectivamente, o módulo de elasticidade do aço, o módulo de elasticidade secante do concreto calculado de acordo com a NBR-6118 (ABNT, 1978), o momento de inércia do aço, o momento de inércia do aço homogeneizado, o momento de inércia da seção transversal e a resistência característica do concreto aos 28 dias de idade. Desde que o modelo é baseado em dinâmica linear, os autores propõem que neste caso seja considerado para o cômputo da rigidez da estrutura o seguinte valor do momento de inércia:

$$I = I_{\text{total}}, \quad (10)$$

para a seção transversal de um determinado elemento estrutural. O módulo de elasticidade a ser considerado na análise estrutural é o módulo de elasticidade

secante do concreto. Se o modelo adotado é elástico linear, nenhum dano na seção transversal deve ser considerado e, portanto a rigidez considerada no cálculo deve ser a total da seção.

Quando r modos de vibração natural da estrutura são considerados, a combinação destes modos, para uma dada variável dinâmica \hat{Q} , é calculado como:

$$\hat{Q} = \left[\sum_{k=1}^r \hat{Q}_k^2 \right]^{1/2} \quad (11)$$

Em função da variação da direção da velocidade do vento, deve ser calculada a força na direção perpendicular à do vento, dada por:

$$Y_i = \frac{1}{3} X_i. \quad (12)$$

2.3 Análise Dinâmica Não-Linear

Como citado anteriormente, as cargas atuantes devidas à velocidade do vento dividem-se em duas componentes, uma estática, devido à velocidade média do vento, e outra dinâmica, devido à flutuação da velocidade do vento. As cargas estáticas são calculadas de acordo com as Eq. (5) e (6). Os esforços internos obtidos pela aplicação destas cargas em uma determinada estrutura, realizando-se em uma análise estática linear, é denominado aqui de esforços estáticos internos de primeira ordem. Entretanto, no caso de estruturas esbeltas, como aquela mostrada na Fig. 1, as mesmas estão sujeitas ao efeito P-Delta. Utilizando-se o método P-Delta, os deslocamentos estáticos $\bar{\delta}_{i(j)}$ no i -ésimo nó e na j -ésima iteração do método P-Delta são computados utilizando-se a rigidez efetiva das seções transversais para o cálculo da matriz de rigidez. Diferentemente do proposto na Seção 2.2, aqui é considerado a seguinte expressão para o cálculo do momento de inércia de um determinado elemento em função do nível de flexão:

$$I_{i(j)} = I_{EF\ i(j)} = w_{i(j)} I_{total\ i} \quad \text{where, } w_{i(j)} = w(x_{i(j)}) \quad \text{and } x_{i(j)} = \frac{\bar{M}_{ki(j-1)}}{M_{ui}}, \quad (13)$$

sendo I_{EF} , w , x , \bar{M}_k e M_u , respectivamente, o momento de inércia efetivo, o parâmetro de rigidez efetiva, o nível de flexão, o momento fletor característico devido ao vento médio e o momento limite último da seção, calculado de acordo com a NBR-6118 (ABNT, 2003). Na Eq. (13) é levado em conta que o processo de fissuração provoca dano na seção e conseqüentemente redução de rigidez. A função $w(x)$, também denominada de parâmetro de rigidez efetiva, representa a parcela da rigidez total da estrutura que efetivamente está trabalhando sob um determinado carregamento. A não-linearidade física da seção transversal é aqui representada pelo conceito de rigidez efetiva e a não-linearidade geométrica pelo método P-Delta.

Finalmente, o efeito P -Delta é calculado no i -ésimo nó e na j -ésima iteração do método P-Delta, como:

$$\Delta \bar{M}_{ki(j)} = \Delta N_{ki} (\bar{\delta}_{i(j)} - \bar{\delta}_{i(j-1)}) \text{ e } \bar{M}_{ki(j)} = \bar{M}_{ki(j-1)} + \sum_l \Delta \bar{M}_{ki(j)}, \quad (14)$$

onde N_k é a força axial característica e ΔN_{ki} é a força axial (peso total) concentrada no nó. Os resultados obtidos ao final deste processo iterativo são denominados de esforços internos estáticos de segunda ordem. Considerando-se a rigidez efetiva obtida na última iteração do método P-Delta são computados os modos e freqüências naturais de vibração. Com estes valores é então realizada a análise dinâmica conforme descrito pelas Eq. (7) e (8). É válido lembrar que para todos os esforços solicitantes calculados devem ser somados a componente estática não-linear com a componente dinâmica para se obter os esforços solicitantes característicos.

3. OTIMIZAÇÃO DE TORRES DE TELECOMUNICAÇÕES EM CONCRETO ARMADO

3.1 Características das Estruturas

A estrutura analisada aqui é em concreto armado e apresenta uma altura de 40 m fora do nível do terreno. A estrutura possui seção transversal em coroa circular. O diâmetro, a espessura, e as áreas de aço de flexão e cisalhamento mudam ao longo da altura da torre. O concreto usado na fabricação da torre apresenta uma resistência característica aos 28 dias (f_{ck}) igual a 45 MPa, o que corresponde, de acordo com a Eq. (9), a um módulo de elasticidade secante (E_{csec}) igual a 41.4 GPa. Este valor é relativamente alto para o concreto em questão e também diferente daquele preconizado pela nova NBR-6118 (ANBT, 2003), entretanto as equações apresentadas nos estudo de SILVA e BRASIL (2004a, 2005a), BRASIL e SILVA (2004, 2005) e SILVA et al (2005a, 2005b) foram todas desenvolvidas utilizando-se a Eq. (9) para o cálculo do módulo de elasticidade. SILVA e BRASIL (2005b) faz importantes comentários sobre a influência do módulo de elasticidade do concreto no cálculo da rigidez efetiva. A resistência de projeto do concreto é então $f_{cd} = 45/1.3$ MPa. O cobrimento da armadura é igual a 25 mm. O aço apresenta $f_{yd} = 500/1.15$ MPa (resistência de projeto do aço) e $E_s = 210$ GPa. Os custos do concreto e do aço são respectivamente R\$ 190,00/m³ e R\$ 2,60/kg.

A estrutura é discretizada em 41 nós e 40 elementos, sendo que o primeiro elemento inicia no primeiro nó e termina no segundo, o segundo elemento inicia no segundo nó e termina no terceiro e assim sucessivamente. Com esta discretização, a estrutura apresenta então 240 graus de liberdade. O vetor deslocamento, o qual contém os graus de liberdade da estrutura, é também denominado de vetor das variáveis de estado. A Tabela 1 apresenta respectivamente a numeração dos nós, a altura do nó em relação ao nível do terreno e as seções transversais correspondente a cada nó. Nesta tabela é utilizada a seguinte notação: "Nó" é o número adotado para o nó da estrutura no programa de método dos elementos finitos; "Altura" é a altura do nó em relação ao nível do terreno, "Diâmetro" (\varnothing) é o diâmetro externo da seção transversal do nó; "Espessura" (e) é a espessura da seção transversal do nó; "As" é a armação longitudinal na seção transversal do nó; "Asw" é a armação transversal da seção transversal do nó.

Foi considerado a velocidade básica do vento $V_0 = 35$ m/s, o fator topográfico é $S_1=1$, a rugosidade do terreno igual a categoria IV, classe B, o

que corresponde a um determinado $S_2 \equiv (b; p; Fr)$ e o fator estatístico é $S_3=1,1$. Diversos equipamentos estão instalados sobre a estrutura: escada com cabo trava-quedas, plataformas com antenas e seus respectivos suportes, balizamento noturno, proteção contra descargas atmosféricas, e antenas e cabos instalados. Os valores de A e C_a são:

- torre, $0 \leq z \leq 40$ m, A = variável em função do diâmetro e $C_a = 0,6$;
- escadas, $0 \leq z \leq 40$ m, $A = 0,05$ m²/m e $C_a = 2$;
- cabos, $0 \leq z \leq 40$ m, $A = 0,15$ m²/m e $C_a = 1,2$;
- plataforma e suportes de antenas, $z = 40$ m, $A = 1$ m² e $C_a = 2$;
- antenas, $z = 40$ m, $A = 3$ m² e $C_a = 1$.

Tabela 1 – Projeto Inicial

Nó	Altura (m)	Variáveis de Projeto Inicial			
		Diâmetro (cm)	Espessura (mm)	As (cm ²)	Asw (x100 cm ² /m)
0	0	120,00	88,00	73,43	119,13
1	1	118,00	88,00	71,68	119,06
2	2	116,00	88,00	69,93	118,98
3	3	114,00	88,00	68,18	118,90
4	4	112,00	88,00	66,43	118,82
5	5	110,00	88,00	64,69	118,74
6	6	108,00	88,00	62,94	118,65
7	7	106,00	88,00	61,19	118,56
8	8	104,00	88,00	59,44	118,47
9	9	102,00	88,00	57,69	118,37
10	10	100,00	88,00	55,94	118,27
11	11	98,00	88,00	54,20	118,17
12	12	96,00	88,00	52,45	118,06
13	13	94,00	88,00	50,70	117,94
14	14	92,00	88,00	48,95	117,82
15	15	90,00	88,00	47,20	117,69
16	16	88,00	88,00	45,45	117,56
17	17	86,00	88,00	43,71	117,42
18	18	84,00	88,00	41,96	117,27
19	19	82,00	88,00	40,21	117,12
20	20	80,00	88,00	38,46	116,96
21	21	78,00	88,00	36,71	116,79
22	22	76,00	88,00	34,97	116,61
23	23	74,00	88,00	33,22	116,42
24	24	72,00	88,00	31,47	116,21
25	25	70,00	88,00	29,72	116,00
26	26	68,00	88,00	27,97	115,77
27	27	66,00	88,00	26,22	115,53
28	28	64,00	88,00	24,48	115,27
29	29	62,00	88,00	22,73	114,99
30	30	60,00	88,00	20,98	114,69
31	31	58,00	88,00	19,23	114,37
32	32	56,00	88,00	17,48	114,02
33	33	54,00	88,00	15,73	113,65
34	34	52,00	88,00	13,99	113,24
35	35	50,00	88,00	12,24	112,80
36	36	48,00	88,00	10,49	112,31
37	37	46,00	88,00	8,74	111,78
38	38	44,00	88,00	6,99	111,20
39	39	42,00	88,00	5,24	110,55
40	40	40,00	88,00	3,50	109,82

Além destas áreas e coeficientes de arrasto, devem ser consideradas as massas distribuídas ao longo da estrutura, sendo que a massa da estrutura deve ser calculada de acordo com o volume e utilizando uma densidade de 2500 kg/m^3 . Devem ser também consideradas as massas das escadas, plataformas, antenas, etc. Para tanto, deve-se considerar uma massa de 40 kg em cada nó, com exceção no nó do topo, nó de número 40, onde deve ser considerada uma massa concentrada de 592 kg devida ao peso da plataforma, antenas instaladas, pára-raio, etc.

Considerando-se os resultados experimentais obtidos por SILVA e BRASIL (2004a, 2005a), BRASIL e SILVA (2004, 2005) e SILVA et al (2005a, 2005b) no cálculo da rigidez efetiva de estruturas similares à aqui em estudo, adotou-se as seguintes funções para representar a rigidez efetiva da estrutura:

$$\begin{aligned}
 w_{C0}(x) &= -1.5 x^3 + 3.3 x^2 - 2.5 x + 1.1 \\
 w_{L0}(x) &= -0.7 x + 0.9 \\
 w_{C1}(x) &= -2.8 x^3 + 5.3 x^2 - 3.4 x + 1.2 \\
 w_{L1}(x) &= -0.6 x + 0.9 \\
 w_{C2}(x) &= -3.8 x^3 + 7.4 x^2 - 4.4 x + 1.3 \\
 w_{L2}(x) &= -0.4 x + 0.8
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

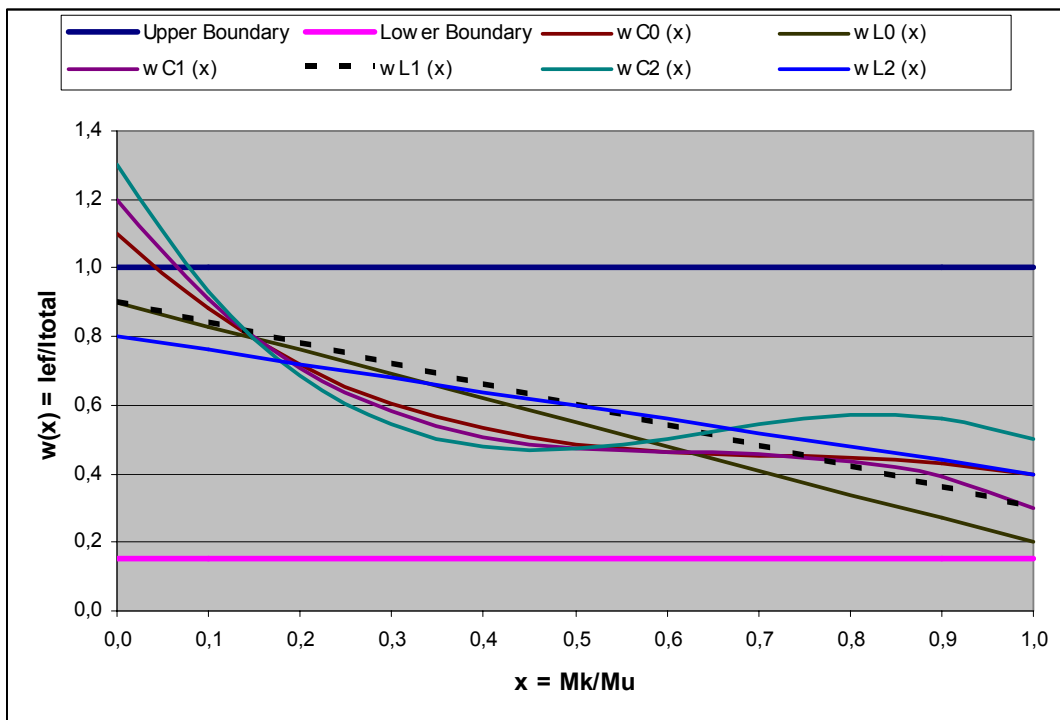


Fig. 2 – Curvas adotadas para a rigidez efetiva

Às equações de $w(x)$ descritas em (15) devem ser acrescentadas as seguintes restrições:

$$w_s \leq w \leq 1, \text{ para } i = 0, 1, \dots, n
 \tag{16}$$

onde

$$w_s = I_s/I_{\text{total}}, \quad (17)$$

e $n+1$ é o número de nós. Observe que o valor máximo (limite superior) de w deve ser igual a 1 e o mínimo (limite inferior) varia de seção a seção em função da geometria, quantidade e distribuição de armadura da seção transversal. As equações são visualizadas na Fig. 2, onde “upper boundary” é o limite superior e o “lower boundary” é o limite inferior da rigidez, o qual é dado pela Eq. (17) para cada seção.

É válido esclarecer que o problema de otimização a ser definido no Item 3.2 será resolvido para cada uma das seis equações definidas em (15). A adoção de uma determinada equação resultará em um determinado projeto. São testadas todas as seis equações e então verificada qual das curvas apresenta um projeto final com menor custo, ou seja, é realizada uma análise de sensibilidade do custo em relação à variação das equações de rigidez efetiva.

3.2 O Problema de Otimização

O problema consiste em minimizar o custo do concreto e do aço utilizado na construção de uma estrutura similar àquela mostrada na Figura 1 e descrita na seção 3.1. A estrutura encontra-se engastada no nível do terreno. Adotou-se no 164 variáveis de projeto, sendo que o vetor das variáveis de projeto é $\mathbf{b}^t = [\varnothing_0 \ e_0 \ A_{s0} \ A_{sw0} \ \varnothing_1 \ e_1 \ A_{s1} \ A_{sw1} \ \dots \ \varnothing_{40} \ e_{40} \ A_{s40} \ A_{sw40}]$, onde \varnothing_i , e_i , A_{si} e A_{swi} são respectivamente o diâmetro externo, a espessura, a área de aço longitudinal e a armadura transversal do i -ésimo nó da estrutura. Note que o valor inicial do vetor \mathbf{b} , também denominado de projeto inicial, no problema de otimização é mostrado na Tabela 1. Este projeto encontra-se na região viável do domínio de \mathbf{b} .

O problema de otimização é então minimizar a função custo:

$$f(\mathbf{b}) = C_c + C_s \quad (18)$$

onde C_c e C_s são respectivamente os custos do concreto e do aço. Pode-se escrever:

$$C_c = V_c c_c \quad (19)$$

$$C_s = M_s c_s \quad (20)$$

Nas Equações (19) e (20) c_c é o custo por unidade de volume de concreto, V_c é o volume de concreto, c_s é o custo por unidade de massa do aço e M_s é a massa total de aço.

Sujeito às restrições:

$$\begin{aligned} & - \text{o valor mínimo para a armadura longitudinal em cada nó } i \\ & - A_{si} + 0.15\% A_{ci} \leq 0; \quad i=0, \dots, 40 \end{aligned} \quad (21)$$

- o valor mínimo para a armadura transversal em cada nó i

$$-A_{swi} + \frac{0.07\% A_{ci}}{u_i} \leq 0; i=0, \dots, 40 \quad (22)$$

- a resistência à flexo-compressão em cada nó i

$$M_{di} - M_{ui}(N_{di}) \leq 0; i=0, \dots, 40 \quad (23)$$

- a resistência ao cisalhamento em cada nó i

$$V_{di} - V_{ui} \leq 0; i=0, \dots, 40 \quad (24)$$

- a espessura mínima em cada nó i

$$-e_i + 8.8 \text{ cm} \leq 0; i=0, \dots, 40 \quad (25)$$

- a compatibilidade entre espessura e diâmetro em cada nó i

$$2e_i - \phi_i \leq 0; i=0, \dots, 40 \quad (26)$$

- a imposição de que todas as variáveis de projeto sejam positivas

$$-b_i \leq 0; i=0, \dots, 163 \quad (27)$$

Nas equações (21) e (22) A_c é a área de concreto da seção transversal e u o perímetro externo do núcleo de torção da peça. Na equação (23) M_d é o momento fletor de projeto, calculado igual a $\gamma_f M_k$, enquanto que N_d é o esforço axial de projeto, calculado como $\gamma_f N_k$, onde N_k é a força axial característica. Na Eq. (24) V_d é a força cortante de projeto, calculada igual a $\gamma_f V_k$, onde V_k é a força cortante característica e V_u é a força cortante última da seção de concreto, a qual é função da armadura transversal de um dado projeto. Os valores adotados para γ_f é 1,4 para o momento fletor e força cortante e de 0,9 para a força axial. Com estas definições, o problema de otimização proposto nas Eq. (18) a (27) passa a apresentar 164 variáveis de projeto, 410 restrições estáticas e 240 graus de liberdade não restritos e 6 graus de liberdade restritos.

Tabela 2 – Custos iniciais e finais, bem como frequências naturais de vibração

Função de Rigidez Efetiva	Custo Inicial	Custo Final	Redução Custo %	Frequencia Inicial	Frequencia Final	Número de Iterações
C0	4859	4296	12%	0,524	0,281	12
L0	4859	4228	13%	0,524	0,293	15
C1	4859	4267	12%	0,527	0,275	8
L1	4859	4124	15%	0,529	0,299	26
C2	4859	4177	14%	0,525	0,270	15
L2	4859	4222	13%	0,505	0,288	10
Média	4859	4219	13%	0,52	0,28	14
Mínimo	4859	4124	12%	0,51	0,27	8
Máximo	4859	4296	15%	0,53	0,30	26

3.3 Resultados Obtidos

Conforme citado anteriormente, o problema de otimização definido pelas Eq. (18) a (27) foi resolvido seis vezes diferentemente, ou seja, para cada uma das seis Eq. (15), o que resultou em seis projetos finais distintos. Os custos

iniciais e finais dos projetos em R\$, bem como o valor da primeira frequência natural de vibração da estrutura em Hz , são mostrados na Tabela 2.

Tabela 3 – Projeto final obtido no caso da função L1

Nó	Altura (m)	Variáveis de Projeto Final - Função L1			
		Diametro (cm)	Espessura (mm)	As (cm^2)	Asw ($\times 100 cm^2/m$)
0	0	91,14	88,50	70,73	80,15
1	1	76,35	89,53	66,36	82,93
2	2	74,74	91,63	64,62	83,43
3	3	74,40	89,14	62,99	83,73
4	4	74,17	88,82	61,37	83,94
5	5	73,99	88,88	59,77	84,07
6	6	73,84	88,87	58,15	84,13
7	7	73,70	88,35	56,53	84,11
8	8	73,55	88,56	54,91	84,02
9	9	73,40	91,09	53,28	83,85
10	10	73,21	88,83	51,65	83,60
11	11	72,98	89,08	50,02	83,27
12	12	72,69	88,59	48,37	82,87
13	13	72,33	89,19	46,72	82,38
14	14	71,90	88,05	45,05	81,80
15	15	71,36	91,44	43,38	81,12
16	16	70,71	88,13	41,69	80,30
17	17	69,95	88,46	40,01	79,40
18	18	69,09	88,75	38,30	78,39
19	19	68,11	88,55	36,59	77,29
20	20	67,03	88,37	34,86	76,09
21	21	65,84	88,21	33,12	74,79
22	22	64,55	88,08	31,39	73,39
23	23	63,19	88,00	29,64	71,87
24	24	61,72	90,59	27,88	70,16
25	25	60,20	88,09	26,11	68,30
26	26	58,64	89,12	24,34	66,30
27	27	57,08	90,38	22,58	64,13
28	28	55,63	88,05	20,83	61,78
29	29	54,27	89,13	19,08	59,22
30	30	53,10	88,50	17,34	56,41
31	31	52,08	88,55	15,61	53,13
32	32	51,37	89,60	13,89	49,41
33	33	51,11	89,85	12,20	45,27
34	34	51,39	89,41	10,54	40,42
35	35	52,24	92,01	8,88	34,61
36	36	54,75	88,78	7,22	28,27
37	37	58,53	88,53	5,57	21,13
38	38	63,85	92,48	3,91	13,57
39	39	61,64	89,12	2,21	5,80
40	40	40,64	89,83	2,00	8,68

Observa-se na Tabela 2 que a função L1 foi a que apresentou um menor custo de projeto. Por se tratar de análise dinâmica, o valor da primeira frequência natural de vibração é um importante indicativo do comportamento da estrutura. De acordo com Silva e Brasil (2004b), a primeira frequência natural de vibração é responsável por 99% dos esforços dinâmicos atuantes neste tipo de estrutura. Nos casos analisados, nota-se que o projeto inicial apresentava

uma frequência da ordem de 0,5 Hz e convergiram para 0,3 Hz. Os esforços dinâmicos aumentam com a diminuição da frequência, portanto o processo de otimização adotado buscou um equilíbrio ótimo entre aumentar o carregamento dinâmico e buscar uma combinação ótima de aço e concreto para reduzir o custo da estrutura.

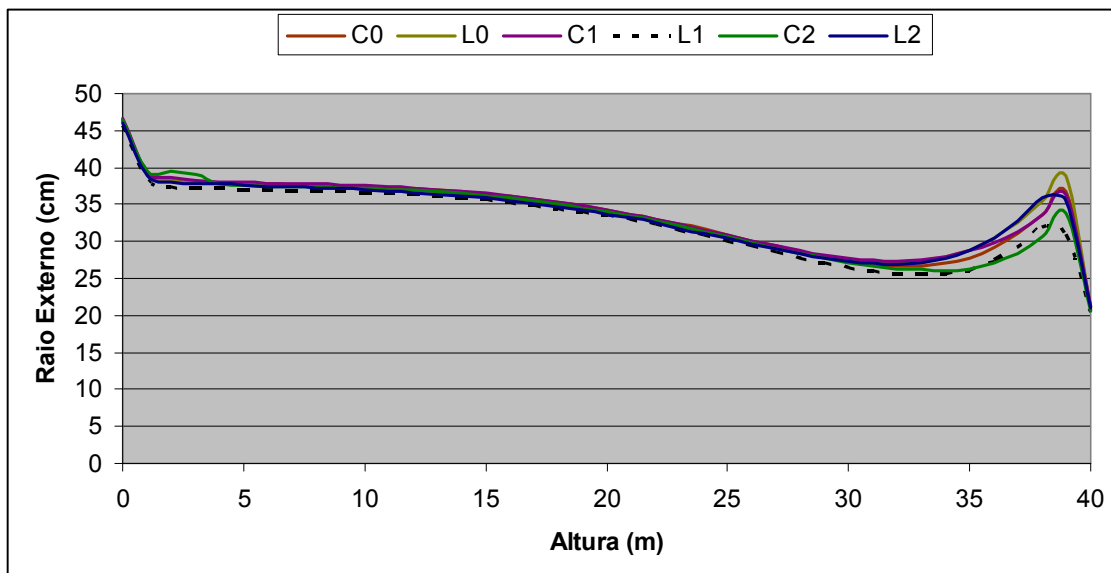


Fig. 2 – Forma externa obtida correspondente a cada função da equação de rigidez adotada

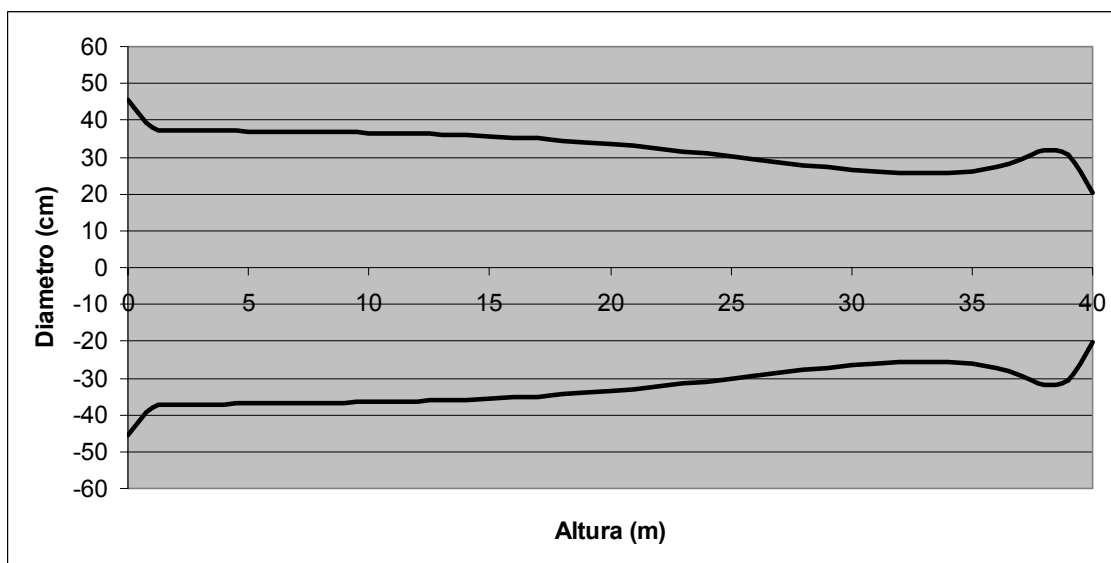


Fig. 3 – Forma externa obtida correspondente à função L1

Na Tabela 3 é mostrado o projeto final obtido no caso da função L1. Observa-se que as espessuras convergiram para o mínimo admissível. Na Figura 2 são mostradas as formas obtidas para a estrutura em função das várias funções adotadas e na Figura 3 é mostrada apenas a forma obtida no caso da função L1. Observa-se que as formas finais dos projetos lembram o formato de um cano de canhão. De acordo com ARORA (2004), esta forma é obtida na otimização deste tipo de componente de armamento e também está relacionada com restrições impostas sobre frequências de vibração. Como os

esforços dependem da frequência de vibração, encontrar uma forma que maximize a frequência e reduza o custo é fundamental.

Aproximadamente vinte estruturas com as mesmas características técnicas, no que concerne à capacidade e altura, que aquelas projetadas neste trabalho foram projetadas, fabricadas e instaladas nos estados brasileiros de Minas Gerais e Espírito Santo. Todas as estruturas foram fabricadas seguindo o mesmo projeto, o qual encontra-se descrito nos trabalhos de SILVA e BRASIL (2004b, 2005a, 2005b) e SILVA et al (2005a, 2005b). Na Tabela 4 são comparados o custo e a primeira frequência natural de vibração dos projetos aqui obtidos com aquele das vinte torres instaladas. Observa-se uma grande redução no custo, igual a 34%, e ainda um aumento da frequência natural de vibração nos projetos aqui obtidos, o que corresponde a uma redução nos esforços solicitantes.

Tabela 4 – Comparação entre projeto de torres existentes instaladas e projetos aqui obtidos

Custo Torres Instaladas	Custo Média Tab. 2	Redução Custo %	Frequencia Torres Instaladas	Frequencia Média Tab. 2
6412	4219	34%	0,19	0,28

É válido lembrar que o modelo estrutural aqui adotado é considerado engastado no nível do terreno. Entretanto, as fundações não são infinitamente rígidas e interferem nas frequências naturais de vibração das estruturas. Silva e Brasil (2003) realizaram o projeto ótimo de uma torre de telecomunicação com uma formulação bem diferente desta ora apresentada. Estes autores mostraram que a flexibilidade de uma fundação em sapata pode ser tal que afete drasticamente contra a segurança o cálculo dos esforços dinâmicos aos quais uma torre encontra-se submetida.

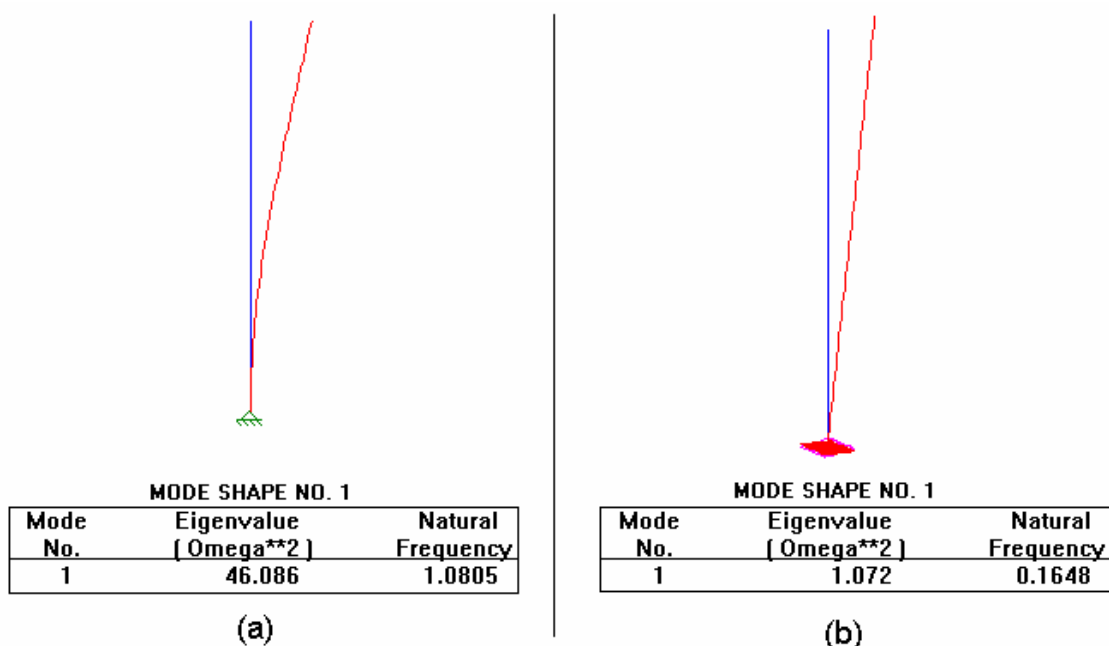


Fig. 4 – Primeiro modo de vibração natural da estrutura engastada no nível do terreno e da estrutura com fundação em sapata (SILVA e BRASIL, 2003)

A Figura 4 mostra uma mesma torre em duas situações distintas, sendo que na Fig. 4a a torre encontra-se engastada no nível do terreno enquanto que na Fig. 4b a estrutura encontra-se integrada à fundação em sapata. A sapata foi modelada em elementos finitos de placas e o solo sob a mesma como molas de comportamento elastoplástico. Na primeira situação, a primeira frequência natural de vibração é igual $1,08 \text{ Hz}$. Nesta situação pode-se aplicar o modelo estático da norma NBR-6123 (ABNT, 1988), conforme descrito no Item 2.1, e os esforços dinâmicos não são significativos. Na segunda situação, a torre integrada à fundação apresenta a primeira frequência natural de vibração igual a $0,17 \text{ Hz}$ e é necessário então se utilizar o modelo dinâmico, conforme prescreve a NBR-6123 (ABNT, 1988). Nesta situação, os esforços obtidos com o modelo dinâmico não-linear descrito na seção 2.3 são aproximadamente 50% superiores aos esforços dados pelo modelo estático (seção 2.1) e estaria o projetista incorrendo num grave erro contra a segurança. Realizar uma análise integrada da fundação e estrutura é extremamente importante (SILVA et al, 2002) para uma análise dinâmica mais confiável.

4. CONCLUSÕES

Foi apresentado um modelo dinâmico não-linear baseado em resultados experimentais para a análise estrutural de torres de telecomunicação em concreto armado. Problemas de otimização foram formulados para se minimizar o custo de torres de telecomunicação em concreto armado. Diferentes curvas de rigidez efetiva, obtidas em ensaios realizados em estruturas similares, foram adotadas para se analisar a sensibilidade do processo de otimização. Observou-se que os resultados finais não variaram muito em função das mudanças das equações de rigidez efetiva, convergindo todos os projetos obtidos para uma mesma forma de estrutura. Comparou-se o custo médio dos projetos obtidos pelo processo de otimização ora apresentado com o custo do projeto de estruturas com a mesma capacidade portante instaladas nos estados brasileiros de Minas Gerais e Espírito Santo. Verificou-se que os projetos aqui obtidos apresentaram uma redução de custo da ordem de 30%.

Apresenta-se como sugestões para futuros trabalhos:

- realização do mesmo processo de otimização proposto, mas integrando com diversos tipos de fundações;
- realização da otimização de torres eólicas em concreto armado.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho é fruto de um projeto de pesquisa concluído durante um programa de Pós-Doutorado realizado por Marcelo Araujo da Silva na University of Iowa, sob supervisão do Emérito Prof. Jasbir S. Arora, em Iowa City-IA, EUA. O programa teve patrocínio da CAPES com o Projeto N.º 0606-04-09. Parte do trabalho foi desenvolvido utilizando-se recursos do Optimal Design Laboratory da The University of Iowa. Todos estes apoios recebidos são imensamente agradecidos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ACI COMMITTEE 318, Building Code Requirements for Reinforced Concrete, ACI, Detroit, EUA, (1971).
- ARORA, J. S., Introduction to Optimum Design, Second Edition, Elsevier Academic Press, (2004).
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT - NBR-6118, Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado, (1978).
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT - NBR-6118, Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento, (2003).
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT - NBR-6123, Forças Devidas ao Vento em Edificações, (1988).
- BRANSON, D. E., Instantaneous and Time-Dependent Deflections of Simple and Continuous Reinforced Concrete Beams, Report N°. 7, Alabama Highway Research Report, Bureau of Public Roads, Aug. 1963, pp. 1-78, (1963).
- BRASIL, R. M. L. R. F. e SILVA, M. A., RC Large Displacements: Optimization Applied To Experimental Results, CST, Lisbon, (2004).
- BRASIL, Reyolando M. L. R. F.; SILVA, Marcelo Araujo da. RC Large Displacements: Optimization Applied to Experimental Results. Computers & Structures, (2005).
- CHAHANDE, A. I. e ARORA, J. S., Optimization of Large Structures Subjected to Dynamic Loads With the Multiplier Method, International Journal For Numerical Methods in Engineering, 37, pp. 413-430, (1994).
- SILVA, Marcelo Araujo da; ARORA, Jasbir; BRASIL, Reyolando M. L. R. F. Computation Of Effective Bending Stiffness Of Rc Telecommunication Tower Based On Experimental Data. In: The Tenth International Conference On Civil, Structural And Environmental Engineering Computing, Roma, (2005a).
- SILVA, Marcelo Araujo da; ARORA, Jasbir; BRASIL, Reyolando M. L. R. F. Computation of Effective Bending Stiffness of RC Telecommunication Towers. In: 6th World Congresses Of Structural And Multidisciplinary Optimization, Rio de Janeiro, (2005b).
- SILVA, M. A., ARORA, J. S., SWAN, C. C. AND BRASIL, R. M. L. R. F., Optimization of Elevated Concrete Foundations for Vibrating Machines, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 128, No. 11, (2002).
- SILVA, M. A. e BRASIL, R. M. L. R. F., Otimização de Torres em Concreto Armado para Telecomunicações, V Simpósio EPUSP Sobre Estruturas De Concreto, São Paulo, (2003).
- SILVA, M. A. e BRASIL, R. M. L. R. F., Técnicas de Otimização Aplicadas a Resultados Experimentais no Estudo da Redução da Rigidez Flexional em Estruturas de Concreto Armado, Boletim Técnico da EPUSP, BT-PEF-0401, São Paulo, (2004a).
- SILVA, M. A. e BRASIL, R. M. L. R. F., Nonlinear Dynamic Analysis Based on Experimental Results of RC Towers for Telecommunication Subjected to Wind Loading, DINCON2004 - 3º Congresso Temático de Dinâmica e Controle da SBMAC, Ilha Solteira, (2004b).

- SILVA, Marcelo Araujo da; BRASIL, Reyolando M. L. R. F. Computation of RC Structures Large Displacements: Optimization Applied To Experimental Results. In: IV ACI/CANMET International Conference, Recife, (2005a).
- SILVA, Marcelo Araujo da; BRASIL, Reyolando M. L. R. F. Non-Linear Dynamic Analysis Based On Experimental Results Of Rc Towers For Telecommunication Subjected To Wind Loading. Mathematical Problems In Engineering (Print), (2005b).